

文章编号: 1000-7598-(2005)增刊-145-06

超声应力波法检测锚杆的机理分析及应用

柯玉军^{1,2}, 薛有平², 苗天德¹

(1. 兰州大学, 兰州 730000, 2. 西北勘测设计研究院, 兰州 730050)

摘 要: 锚杆锚固质量的超声应力波法 (USW) 检测包括锚杆长度检测和灌浆密实度检测。依据一维杆件的粘弹性波理论, 建立了锚杆锚固的数学-力学模型并分析求解, 研究了应力波在已锚固锚杆中的传播机理, 并对几种情况进行分析, 对应用超声应力波法检测锚杆长度和灌浆密实度的理论基础和机理进行了探讨和分析。结合在大型水电工程中的实际应用, 证明超声应力波法用于锚杆锚固质量检测具有良好效果。

关 键 词: 锚杆; 锚固质量; 超声应力波法
中图分类号: TU 457 **文献标识码:** A

Analysis of mechanism of ultrasonic stress wave method for detecting anchor bolt and its application

KE Yu-jun^{1,2}, MIAO Tian-de¹, XUE You-ping²

(1. Lanzhou University, Lanzhou 730000, China; 2. Northwest Investigation, Design & Research Institute, Lanzhou 730050, China)

Abstract: The ultrasonic stress wave method for detecting bonding quality including bonding length of bolt and quality of anchor bolt is carried out. According to the viscoelastic theory of shaft of one dimension, a mathematical and mechanical model is built. the transmitting mechanism in bonded bolt. and some instances are analyzed. The ultrasonic reflection method of quality detecting of anchor bolt bonding is used in practical detecting and data analysis. The better results are obtained in large hydropower projects already.

Key words: bolt; bonding integrity; ultrasonic stress wave method

1 引 言

锚杆锚固质量无损检测方法—超声应力波法 (Ultrasonic Stress Wave Method, USW), 包括锚杆长度检测和灌浆密实度检测两方面。较之传统拉拔试验法, 该方法具有先进、快速、经济的特点, 通过理论研究、模型实验、现场实践, 可以在边坡、地下洞室等锚杆的锚固质量检测中推广应用。

近年来, 锚杆锚固质量无损检测越来越得到关注。1998 年和 2002 年, 汪明武等^[1, 2]对声频应力波在锚杆检测中的应用作了阐述。2000 年, 李义等^[3]对应力反射波法用于锚杆检测进行了几种模型试验研究。2003 年, 彭斌等^[4]在锚杆锚固质量检测采集数据的分析和处理方法作了探讨, 杨湖等^[5]对弹性波在锚杆中的传播和衰减规律进行了研究, 邬钢等^[6]在龙滩水电站开展了锚杆锚固质量的现场无

损检测。2004 年, 汪天翼等^[7]在水布垭水电站进行了锚杆锚固质量的声频应力波法检测试验和研究。

目前, 锚杆锚固质量无损检测方法, 诸如理论机理深入研究、现场检测方法、检测记录的数值分析和正反演拟合等, 都并非完善和成熟, 还存在不少待研究和探讨的课题。本文从一维杆件的波动方程及其求解入手, 考虑锚固锚杆的弹性阻尼和粘性阻尼两方面因素, 采用了粘弹性力学和数学模型进行研究并求解, 探讨了几种特殊情况, 分析了锚杆锚固质量检测的机理和检测方法, 并用于锚杆长度检测和灌浆密实度检测。该方法在实际工程中进行了推广应用。

2 一维自由弹性杆件的波动方程

无论是岩层锚杆还是土层锚杆, 水泥砂浆锚杆还是预应力锚杆, 其抗拔力都与有效锚固长度成正

收稿日期: 2005-04-29

作者简介: 柯玉军, 男, 1963 年生, 西北勘测设计研究院工程勘察研究院副院长、教授级高级工程师, 兰州大学资源环境学院博士生, 主要从事工程物探、工程检测和岩体弹性力学方面的研究和应用。

比关系。实际工程所使用锚杆的直径 d 一般都在 35 mm 以下, 长度 L 通常都在 3 m 以上, 即 $L \gg d$, 故锚杆可作为一维杆件分析。动力法检测的机理通常就是依据一维杆件的弹性波理论。

设 A , E , ρ 为锚杆的截面积、弹性模量、密度; $u(x, t)$ 为坐标为 x 的质点在 t 时刻沿 x 轴方向的位移, 不计重力, 则动量平衡方程^[8,9]为:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = A \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

设锚杆中心轴线为 x 轴, 沿锚杆顶部向末端为正, 坐标原点位于锚杆顶部, 不考虑锚杆本身的粘性阻尼, 而

$$\sigma = E \varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2)$$

则应力波在一维完全弹性、自由杆件中传播的波动方程化为:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

即:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

$$V_p = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5)$$

式中 V_p 为锚杆内应力波的传播速度。

式 (4) 的初始条件是:

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) \Big|_{t=0} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

边界条件是:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} &= \left(\frac{K_D}{AE} u(l, t) \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 K_D 为杆端围岩动抗压刚度。

由行波法可知, 波动方程式 (4) 的达朗贝尔 (D'Alembert, J.R.) 解为^[8,10]:

$$u(x, t) = f_1(x - V_p t) + f_2(x + V_p t) \quad (8)$$

$f_1(x - V_p t)$ 与 $f_2(x + V_p t)$ 分别表示沿锚杆轴 x 的正向和负向传播的行波, 其波速为 V_p 。

考虑 $f_1(x - V_p t)$ 项, 若取以速度 V_p 沿 x 正方向移动的坐标轴为 ξ , 则动坐标轴 ξ 与固定坐标 x 之

间的关系为:

$$\xi = x - V_p t \quad (9)$$

于是

$$f_1(x - V_p t) = f_1(\xi) \quad (10)$$

即 f_1 为沿 x 正方向移动且保持其形状和大小不变的行波。同理, f_2 为沿 x 反方向移动且保持其形状和大小不变的行波。

3 锚固锚杆的力学模型和波动方程

当锚杆被锚固、四周已存在砂浆时, 就应该考虑周围介质对波动 (波的传播) 的影响。这种影响应包括弹性约束和粘性约束两部分。

设锚杆为完全弹性体, 不考虑其材料本身的粘性 (这种假定对激发能量非常小的无损检测、对刚度很高的锚杆是完全可以接受的), 将周围介质的弹性约束简化、综合为一个弹簧, 将周围介质的粘性约束简化、综合为一个粘壶^[4,11], 则已锚固锚杆的力学模型就简化成图 1 所示的形式。

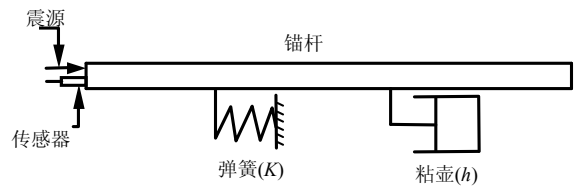


图1 锚固锚杆的力学模型
Fig.1 The mechanical model of bonded bolt

设 K 为单位长度上锚杆周围介质的综合弹性约束系数 (弹性系数), h 为单位长度上锚杆周围介质的综合粘性约束系数 (粘性阻尼系数), 则弹性自由杆件的波动方程式 (1) 就变成了式 (11) 或式 (12) 的阻尼波动方程:

$$AE \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - h \frac{\partial u}{\partial t} - Ku = A \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (11)$$

或

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{h}{AE} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{K}{AE} u = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (12)$$

式 (11) 中, Ku 为弹性约束项, $h \frac{\partial u}{\partial t}$ 为粘性约束项, 负号代表其方向分别与位移、速度方向相反。

4 波动方程的求解

由量纲分析可知, K 与 E 为同量纲, h 的量纲为 $[Et]$ 。故可设:

$$K = \xi E \quad (13)$$

$$h = \eta E T_0 = \eta E \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\rho}{E}}} = 2\pi\eta\sqrt{\rho E} \quad (14)$$

式中 ξ , η 为无量纲参数, $\eta \ll 1$ 。则式 (12) 变成:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{2\pi\eta}{A} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\xi}{A} u - \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

令其解为:

$$u = B e^{i(kx - \omega t)} \quad (16)$$

式中 k , ω 分别为复波数和圆频率, 代入式 (15), 得:

$$k^2 - \frac{\rho}{E} \omega^2 - i2\pi\omega \frac{\eta}{A} \sqrt{\frac{\rho}{E}} + \frac{\xi}{A} = 0 \quad (17)$$

即:

$$k = \pm \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \left(1 - \frac{\xi}{A} \frac{E}{\rho \omega^2} + i2\pi \frac{\eta}{A\omega} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

由于锚杆周围介质的弹性刚度比锚杆弱, 所以

$$\frac{\xi}{A} \frac{E}{\rho \omega^2} < 1 \quad (19)$$

令

$$\left. \begin{aligned} k &= \pm \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \sqrt{Z} = \pm \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \sqrt{Z_x + iZ_y} = \pm (k_1 + ik_2) \\ \alpha &= \frac{\xi}{A}, \quad \beta = \frac{\eta}{A}, \quad \delta = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

即

$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2} \\ &= \left[\left(1 - \frac{\xi}{A} \frac{E}{\rho \omega^2} \right)^2 + \left(2\pi \frac{\eta}{A\omega} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[(1 - \alpha\delta^2)^2 + 4\pi^2 \beta^2 \delta^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\tan \theta = \frac{Z_y}{Z_x} = \frac{\frac{2\pi\eta}{A\omega} \sqrt{\frac{E}{\rho}}}{1 - \frac{\xi}{A} \frac{E}{\rho \omega^2}} = \frac{2\pi\beta\delta}{1 - \alpha\delta^2} \quad (22)$$

故

$$\begin{aligned} k_1 &= \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} |Z|^{\frac{1}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{1}{\delta \sqrt{2}} \left\{ \left[(1 - \alpha\delta^2)^2 + 4\pi^2 \beta^2 \delta^2 \right]^{\frac{1}{2}} + (1 - \alpha\delta^2) \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} k_2 &= \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} |Z|^{\frac{1}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{1}{\delta \sqrt{2}} \left\{ \left[(1 - \alpha\delta^2)^2 + 4\pi^2 \beta^2 \delta^2 \right]^{\frac{1}{2}} - (1 - \alpha\delta^2) \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (24)$$

由此可得:

$$u = B_1 e^{-k_2 x} e^{i(k_1 x - \omega t)} + B_2 e^{k_2 x} e^{-i(k_1 x + \omega t)} \quad (25)$$

式 (25) 就是振动位移的解, B_1 , B_2 为待定常数。第一项为入射波; $B_1 e^{-k_2 x}$ 为波的振幅; 负号表明波幅随距离而衰减; k_2 为表征衰减快慢的系数 (衰减因子); k_1 为与波数和波速有关的参数; 第二项为反射波项。

下面对几种情况作简要分析:

(1) 当 $x \geq 0$ 且 $B_2 = 0$ 时, 为一维无限长杆、不考虑波的反射, 得:

$$u = B_1 e^{-k_2 x} e^{i(k_1 x - \omega t)} \quad (26)$$

(2) 当 $B_1 \neq 0$ 且 $B_2 \neq 0$ 时, 为一维有限长杆, 存在波的反射。

① 当 $\xi = 0$, $\eta = 0$ (即 $K = 0$, $h = 0$) 时, 则 $Z = 1$,

$$\sin \frac{\theta}{2} = 0, \quad \cos \frac{\theta}{2} = 1, \quad k_2 = 0, \quad \text{这时:}$$

$$k = k_1 = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (27)$$

$$V = \frac{\omega}{k_1} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = V_p \quad (28)$$

式 (5) 成立, 波速 V_p 与圆频率 ω 无关, 无频散现象, 也无波的衰减现象, 为一维弹性自由杆。这相当于自由状态下的锚杆。

② 当 $\xi \neq 0$, $\eta = 0$ 时

$$k_1 = \pm \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \left[1 - \frac{\xi}{A} \frac{E}{\rho \omega^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

$$v = \frac{\omega}{k_1} = V_p \left[1 - \frac{\xi E}{A \rho \omega^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (30)$$

式中波速 V 与圆频率 ω 有关, 有频散现象。这是刚性约束引起的几何频散。这时, $k_2=0$, 不存在波的衰减现象。

③ 当 $\xi=0$, $\eta \neq 0$ 时

$$k_1 = \pm \frac{\omega}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\rho}{E} \left[\sqrt{1 + \left(2\pi \frac{\eta}{A} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{1}{\omega} \right)^2} + 1 \right]} \quad (31)$$

$$v = \frac{\omega}{k_1} = V_p \sqrt{2} \left[\sqrt{1 + \left(2\pi \frac{\eta}{A} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{1}{\omega} \right)^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (32)$$

这时, 波速 V 与圆频率 ω 也有关, 有频散现象, 为粘性约束引起的物理频散。这时波前(波阵面)的速度仍是 V_p , 与波的频率及周围介质的粘性无关。这时, $k_2 \neq 0$, 存在着波的衰减现象。

④ $\xi \neq 0$ 、 $\eta \neq 0$ 时, 就是已锚固锚杆的一般情形。这时, 锚固锚杆存在刚性约束和粘性约束, 锚杆中传播的振动存在几何频散和物理频散; 波前(波阵面)速度 V_p 与周围介质的粘性无关。

5 锚杆长度检测

锚杆长度检测, 就是依据上述有关推断和结论。由式(29)~(33)及其相关分析可知, 行波在履行过程中的波前速度 V 与粘性无关, 可由式(30)确定。这时, 不考虑杆周围介质的粘性, 只考虑周围及杆底介质对波动的弹性约束。

(1) 由(24)式可知, $\eta=0$ 时, $k_2=0$ 、不存在波的衰减。这时式(25)的位移解就简化为下式

$$u = B_1 e^{i(k_1 x - \omega t)} + B_2 e^{-i(k_1 x + \omega t)} \quad (33)$$

式中待定常数 B_1 , B_2 就是入射波和杆底反射波的振幅。锚杆与周围介质的弹性参数的差异越大, 杆底产生的反射波振幅和能量就越大; 二者差异越小, 杆底产生的反射波振幅和能量就越小, 透射波的能量和振幅就越大; 如果二者的弹性参数没有差异, 杆底就没有反射波的产生。

(2) 由式(24)可知, 杆底反射波的衰减主要受杆底介质的粘性约束影响。随着 h 或 η 的增大, k_2 亦增大、波的衰减加重、反射波振幅减小; 反之亦然。

(3) 波速 V 将随着 ξ 的变化而发生变化。

当 $\xi=0$ 、锚杆周围无锚固介质时, 波速 V 达最

小值:

$$V = V_p \quad (34)$$

当 $\xi=1$ 、锚杆周围锚固介质与锚杆材料一样时, 波速 V 达最大值:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left[1 - \frac{1}{A} \frac{E}{\rho \omega^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (35)$$

着 ξ 从 0 到 1 增大(实际上 $\xi \ll 1$), 即周围介质的弹性参数逐渐变大, 波速 V 会逐渐有所变大。

(4) 依据式(3)、(4)、(8)及(10)和上述分析, 根据应力波在锚杆内旅行的时间 t (即底反时间)和已知的锚杆纵波速度 V , 即可确定锚杆长度 L (参见图 2), 但应注意这时的波速 V 往往不等于由式(5)确定 V_p 。锚杆长度 L 的计算公式见式(36)。这种方法是反射波法(The Method of Reflection)。

$$L = V \frac{t}{2} \quad (36)$$

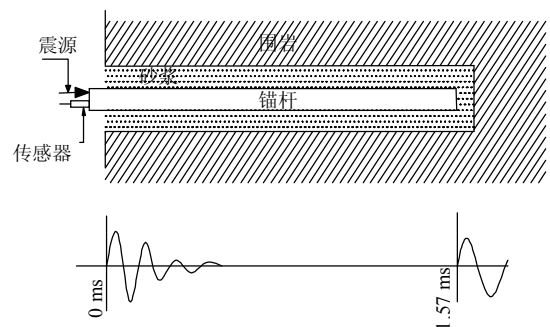


图 2 锚杆长度检测示意图

Fig.2 The sketch map of detecting of bolt length

6 灌浆密实度检测

弹性波在已锚固锚杆及周围介质中传播过程中存在阻尼特性和频散现象。锚杆灌浆密实度检测就是通过测定锚端激发的弹性应力波在锚杆-砂浆-围岩体系中传播时的阻尼、频散和反射、绕射情况, 来判断锚杆与砂浆、砂浆与围岩的胶结程度, 进而推断锚杆灌浆密实度。具体判别方法可采用波形综合判别法和频谱分析判别法两种。

6.1 波形综合判别法

该判别法是根据在锚杆顶部激发、接收到的反射波信号进行综合分析(参见图 2 及图 3)。由于实际已锚固锚杆并非全长度锚固, 而是存在锚固段和非锚固段, 锚固段中可能存在缺浆而导致的不密实甚至脱空。这些实际锚固状况的变化, 波数 k_1 和衰减因子 k_2 就会相应变化, 由式(23)~(25)及以

上分析可知, 入射波同样会产生反射以及绕射、波置换等。

(1) 当接收到的反射信号极小甚至没有反射信号时(相当于 ξ 较大、 η 较小、 k_2 较小), 反映锚杆的灌浆密实度较好(参见图2和图3(b));

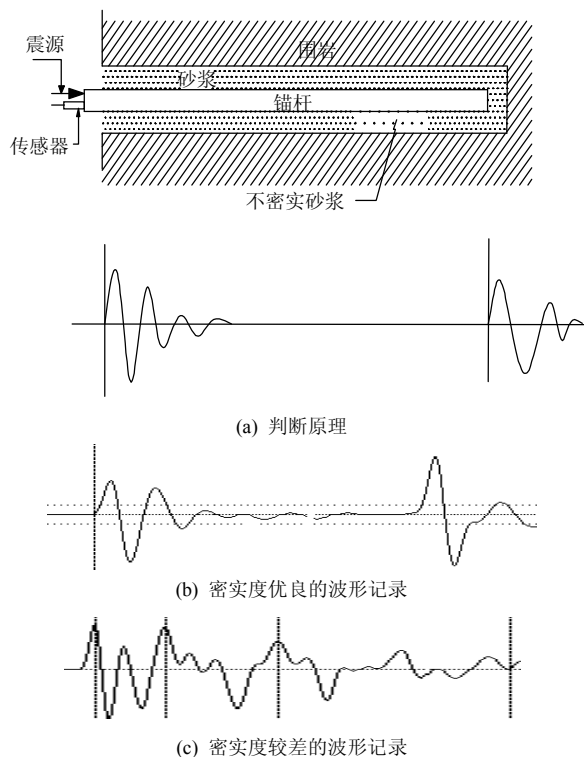


图3 灌浆密实度检测的波形综合判别法

Fig.3 The synthetical discriminance of waveform of grouting consistence

(2) 若存在除底反以外的反射波成份, 则灌浆密实度就有些降低; 如果反射波成分复杂, 则灌浆密实度可能有明显的下降;

(3) 若反射波幅较大, 并且伴随着明显的多次反射的出现(相当于 ξ 较小、 η 较大、 k_2 较大), 这时锚杆灌浆密实度可能很差。

锚杆锚固缺陷的位置也可由式(36)确定, 只是式中的 L 变为缺陷位置, t 变为缺陷处反射时间。

6.2 频域分析判别法

该判别法是通过通过对波形时域记录进行快速傅里叶变换(FFT), 获取锚杆-砂浆-围岩体系的固有振动频率和频谱, 来判定锚杆的灌浆密实度。参见图4。

(1) 当灌浆饱满时, 相当或接近于图1和式(12)的模型。根据对式(23)、(25)的分析, 这时的反射波弱、波的成分较简单, 波数 $k_1(f)$ 的变化影响因素少, 锚杆-砂浆-围岩体系的频散不明显、

频谱集中、主频明显、固有振动频率相对较小(参见图4(a))。

(2) 当灌浆不饱满、密实度欠佳时(参见图4(b)), 由弹簧(K)和粘壶(h)组成的图1所示的简单模型, 就变为 $K(x)$ 和 $h(x)$ 的串并联复杂组合, 存在除底反以外的一处或多处反射波, 波的成分随锚固不密实形态的变化而复杂, 波数 $k_1(f)$ 的变化影响因素多, 根据对(25)~(32)式的分析, 锚杆一砂浆一围岩体系表现出频散明显、频谱分散、主频不明显、有较大的固有振动频率。

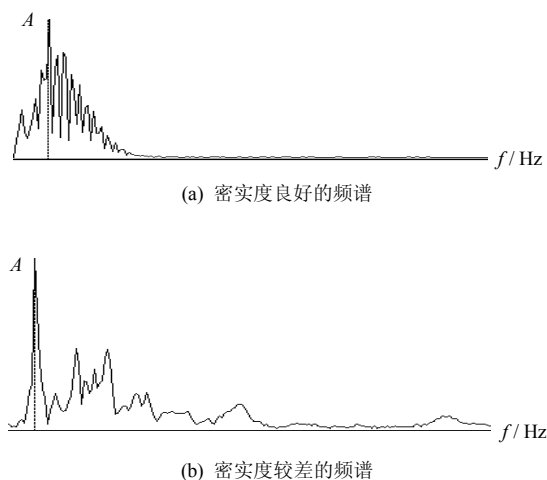


图4 灌浆密实度检测的频谱分析判别法

Fig.4 The discriminance of frequency spectrum of grouting consistence

7 实例及分析

检测所应用的为黄河拉西瓦水电站, 对数螺旋双曲拱坝, 坝高250 m, 装机容量4200 MW, 是大(I)型电站。其地下洞室和边坡锚固所应用的水泥砂浆锚杆和预应力锚杆, 是岩土工程常用的两种类型。

嵌入岩石中的锚杆, 相当于一根在阻尼介质中上端自由、下端粘弹性连接的粘弹性杆。采用超声应力波(USW)的反射波法、波形综合判别法、频域分析判别法, 通过对波的初至、振幅、相位、频率等的分析和计算, 即可检测、判断出锚固锚杆的长度和锚固质量(灌浆密实度)。

图4(b)和图5是对工艺试验锚杆检测结果。试验采用 $\phi 80$ PVC管、 $\phi 25$ 螺丝钢、M30砂浆填充的模拟工程锚固锚杆。检测结果分析表明(参见表1), 超声应力波法的检测精度较高、可以满足工程要求。

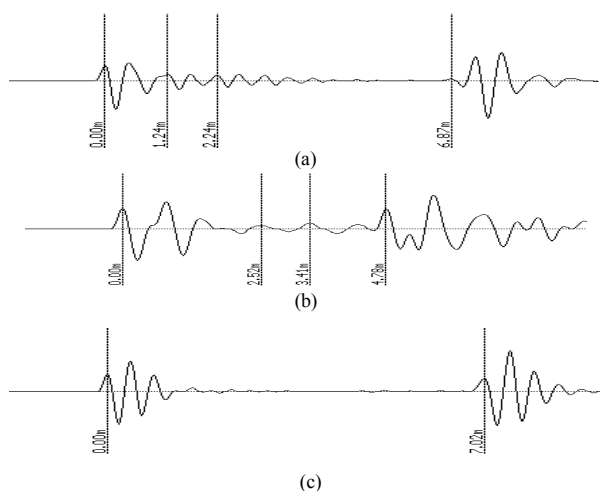


图5 试验锚杆检测记录

Fig.5 The detecting record of testing bolt

表1 试验锚杆检测结果对比

Table 1 The contrast of detecting result of testing bolt

编号	锚杆长度对比			锚固缺陷对比		
	实际 /m	检测 /m	误差 /%	实际	检测	误差 /%
4(b)	6.00	5.98	0.3	均匀密实	均匀密实	0
6(a)	7.00	6.87	0.4	1.20 m 处空洞	1.24 m 处不密实	3.2
				2.18 m 处空洞	2.24 m 处不密实	2.8
6(b)	4.80	4.78	0.4	2.47 m 处缺浆	2.52 m 处不密实	2.0
				3.24~4.8 m 空浆	3.31~4.78 m 空浆	2.1
6(c)	7.00	7.02	0.1	空锚杆	空锚杆	-

图6为工程锚杆实际检测结果,采用 $\phi 32$ 螺纹钢, M30 砂浆填充。

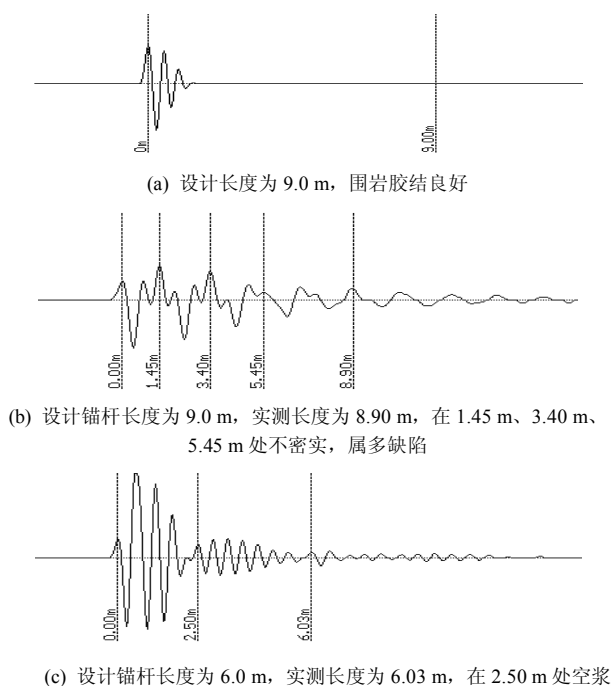


图6 工程锚杆检测记录

Fig.6 The detecting record of engineering bolt

在拉西瓦水电站工程两种类型数千根锚杆进行了采用超声应力波法锚杆锚固质量的无损动力法检测。从总体检测 results 和上述分析看,检测可靠度较高、误差较小,较好地掌握和控制了工程锚杆的锚固质量,取得了良好的工程效果。

8 结 语

(1) 超声应力波法,采用超声波反射法、波形综合判别法、频域分析判别法,进行锚杆锚固长度和灌浆密实度检测,是依据一维杆件粘弹性理论。通过建立其力学和数学模型并求解,较为深入地对锚杆锚固质量的检测机理进行了探讨。

(2) 在黄河拉西瓦水电工程质量检测工作中的大量应用表明,USW 法具有科学、严密的理论基础和快捷、经济的应用条件,已经在实际工程的应用中发挥了积极的作用。

(3) 关于锚杆锚固质量检测还有诸如机理的更深入研究^[12]、模型正反演拟合计算^[13]等不少课题,有待予以进一步关注。

参 考 文 献

- [1] 汪明武,王鹤龄. 声频应力波在锚杆锚固状态检测中的应用[J]. 地质与勘探, 1998, 34(4): 54—59.
- [2] 汪明武,王鹤龄. 锚固质量的无损检测技术[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(1): 126—129.
- [3] 李义,王成. 应力反射波检测锚杆锚固质量的实验研究[J]. 煤炭学报, 2000, 25(2): 160—163.
- [4] 彭斌,刘春生,肖柏勋,等. 锚杆锚固质量无损检测数据分析 and 处理[J]. 物化探计算技术, 2000, 25(3): 241—245.
- [5] 杨湖,王成. 弹性波在锚杆锚固体系中传播规律的研究[J]. 测试技术学报, 2003, 17(2): 145—149.
- [6] 郭钢,舒志平,唐齐许. 锚杆质量无损检测技术在龙滩水电站的应用[J]. 水力发电, 2003, 10: 75—77.
- [7] 汪天翼,肖国强,成传欢. 声频应力波法检测水布垭工程锚杆施工质量[J]. 长江科学院院报, 2004, 21(4): 22—24.
- [8] 陆万明,罗学富. 弹性理论基础[M]. 北京:清华大学出版社,施普林格出版社, 2001.
- [9] 江理平,唐寿高,王俊民. 工程弹性力学[M]. 上海:同济大学出版社, 2002.
- [10] 廖振鹏. 工程波动理论导论[M]. 北京:科学出版社, 2002.
- [11] 周光泉,刘孝敏. 粘弹性理论[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社, 1996.
- [12] 王雪峰,吴世明. 基桩动测技术[M]. 北京:科学出版社, 2001.
- [13] 李维树,甘国权,朱容国,等. 工程锚固注浆质量无损检测技术研究与应用[J]. 岩土力学, 2003, 24(增刊): 189—194.